

Ονοματεπώνυμο.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Τα θέματα ΔΕΝ θα μεταφερθούν στο καθαρό.

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

Οι απαντήσεις να γραφούν στο καθαρό

Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες

ΘΕΜΑ 1ο

A **I.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Δύο εντός εναλλάξ γωνίες σε τεμνόμενες, από τρίτη ευθεία, ευθείες, είναι πάντα ίσες.

β. Το άθροισμα των γωνιών ενός κυρτού τετράπλευρου είναι 4 ορθές.

γ. Κάθε παραλληλόγραμμο που έχει μια γωνία ορθή είναι ορθογώνιο.

δ. Σε ισοσκελές τραπέζιο οι διαγώνιοι του είναι ίσες

Μονάδες 4X3

II. Γράψτε στο καθαρό το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση δίπλα στο «ΘΕΜΑ AII»

Ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο όταν

A. έχει διαγώνιες ίσες

B. έχει γωνίες ίσες

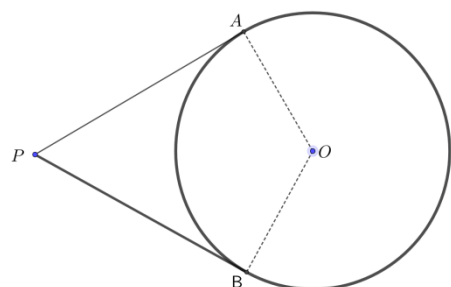
Γ. δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες

Δ. έχει δύο από τις πλευρές του παράλληλες

Μονάδες 3

B. Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.

Μονάδες 10



Απάντηση

ΑΙ.

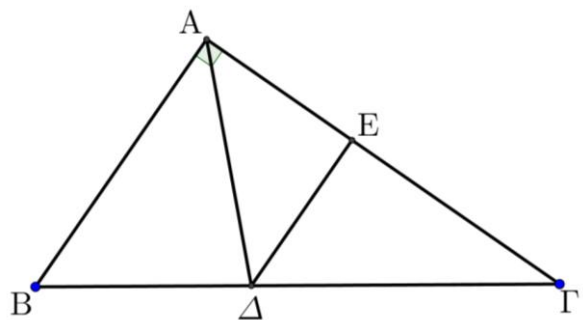
α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Σωστό δ. Σωστό.

ΑΙΙ Σωστό είναι το Β

Β. Θεωρία

ΘΕΜΑ 2°

Στο σχήμα είναι $AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο με υποτείνουσα την $B\Gamma$, την $\hat{B}$ μεγαλύτερη κατά 20° από την $\hat{\Gamma}$, $A\Delta$ διχοτόμος και $\Delta E \parallel AB$.



α. Να αποδείξετε ότι ΔE είναι ορθογώνιο και ισοσκελές **Μονάδες 9**

β. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ **Μονάδες 8**

γ. Να δείξετε ότι $E\hat{\Delta}\Gamma = 55^\circ$. **Μονάδες 8**

Απάντηση

α. Επειδή $\Delta E \parallel AB$ και $AB \perp A\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι και $\Delta E \perp A\Gamma$, οπότε το ΔE είναι ορθογώνιο στο E .

Επίσης $\Delta\hat{A}E = \Delta\hat{A}\Gamma$ σαν εντός εναλλάξ γωνίες στις $\Delta E \parallel AB$ που τέμνονται από την $A\Delta$. Έτσι $\Delta\hat{A}E = \Delta\hat{A}\Gamma$ αφού $A\Delta$ διχοτόμος της $\hat{A}$. Έτσι το ΔE είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

β. Επειδή $\hat{B} + \hat{\Gamma} = 90^\circ$ ($AB\Gamma$ ορθογώνιο) και $\hat{B} = \hat{\Gamma} + 20^\circ$, έχουμε

$$\hat{\Gamma} + 20^\circ + \hat{\Gamma} = 90^\circ \Leftrightarrow 2\hat{\Gamma} = 70^\circ \text{ και έτσι } \hat{\Gamma} = 35^\circ \text{ και } \hat{B} = 35^\circ + 20^\circ = 55^\circ.$$

γ. Είναι $E\hat{\Delta}\Gamma = \hat{B} = 55^\circ$ γιατί είναι εντός εκτός και επι τα αυτά γωνίες στις $\Delta E \parallel AB$ που τέμνονται από την $B\Gamma$.

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και M το μέσον της $B\Gamma$. Προεκτείνουμε την AM κατά $MK = AM$. Να αποδείξετε ότι

α. τρίγωνο $KM\Gamma$ είναι με το τρίγωνο AMB

Μονάδες 9

β. τα K και A ισαπέχουν από την $B\Gamma$

Μονάδες 9

γ. το $ABK\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο

Μονάδες 7

Απάντηση

α. Είναι $AM = KM$ (δεδομένο)

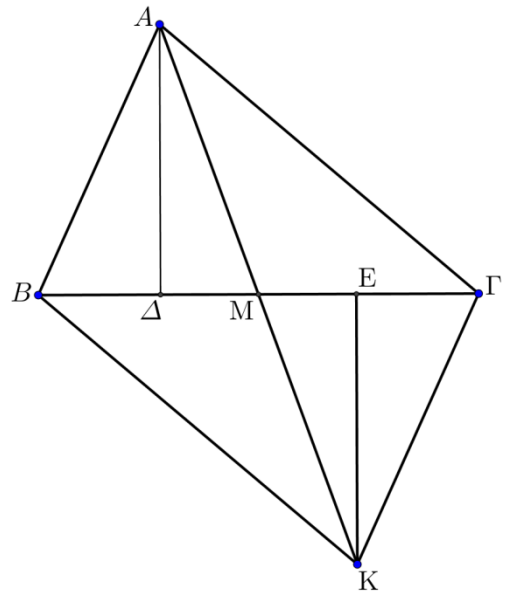
$MB = M\Gamma$ (M μέσο $B\Gamma$)

και $\hat{A}MB = \hat{K}M\Gamma$ (γωνίες κατά κορυφήν).

Επομένως τα τρίγωνα AMB και $KM\Gamma$ είναι ίσα γιατί έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες.

β. Φέρνουμε τις αποστάσεις των A και K από την $B\Gamma$. Επειδή η AK διέρχεται από το μέσον της BH τα άκρα ισαπέχουν από αυτήν.

γ. Αφού οι διαγώνιοι του $ABK\Gamma$ έχουν κοινό μέσον το M αυτό είναι παραλληλόγραμμο.



ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Αν K, Λ τα μέσα των $A\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα και AE το ύψος του προς την $\Gamma\Delta$.

Να αποδείξετε ότι :

α. το $A\Lambda\Gamma K$ είναι παραλληλόγραμμο

Μονάδες 7

β. οι $A\Gamma, B\Delta, K\Lambda$ διέρχονται από το ίδιο σημείο

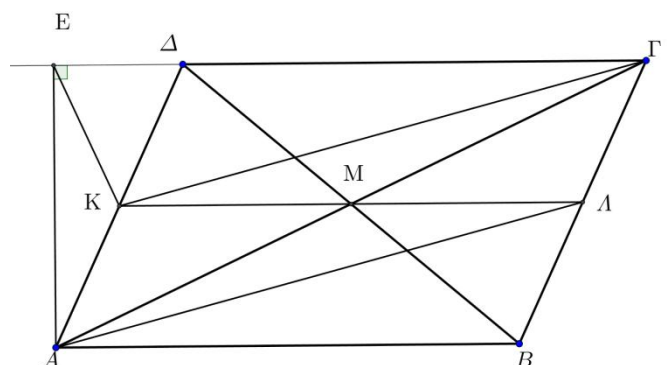
Μονάδες 9

γ. το $K\Lambda\Gamma E$ είναι ισοσκελές τραπέζιο

Μονάδες 9

Απάντηση

α. Είναι $AB \parallel \Gamma\Delta$ (απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου) άρα και τα μισά του AK και $\Gamma\Lambda$ θα είναι ίσα και παράλληλα. Θπότε το $AK\Gamma\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει δύο



απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες.

β. Οι ΑΓ, ΒΔ έχουν κοινό μέσο το κέντρο του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ, Μ.

Ρο ίδιο συμβαίνει και με τις διαγωνίους του ΑΚΓΛ, ΑΓ, ΚΛ. Άρα οι ΑΓ, ΒΔ και ΚΛ συντρέχουν στο κοινό κέντρο των δύο παραλληλογράμων.

γ. Στο ορθογώνιο ΑΔΕ ($AE \perp \Gamma\Delta$ σαν ύψος του ΑΒΓΔ) . Έτσι $EK = \frac{A\Delta}{2} = \frac{B\Gamma}{2} = \Gamma\Lambda$ (1)

σαν διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

Η ΚΛ είναι η μεσοπαράλληλος των ΑΒ και ΓΔ αφού Κ, Λ μέσα των ΑΔ και ΒΓ και $ΚΛ = AB = \Gamma\Delta < \Gamma E$. Επομένως το ΕΚΛΓ είναι τραπέζιο και λόγω της (1) είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Οι εισηγητές

Ε. Βουτσαδάκης

Σπ. Κούρτης

Ι. Τερεζάκης

Ο Διευθυντής

Ηλίας Πιτσιλαδής