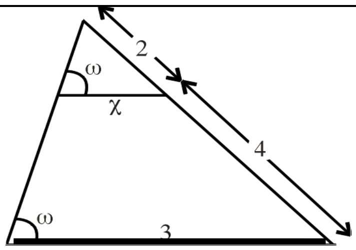
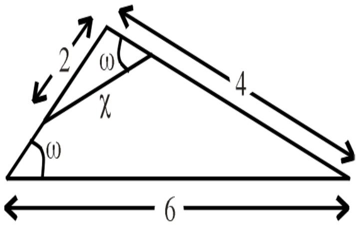
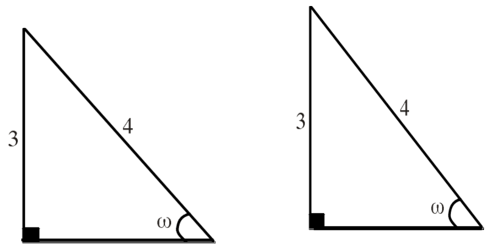
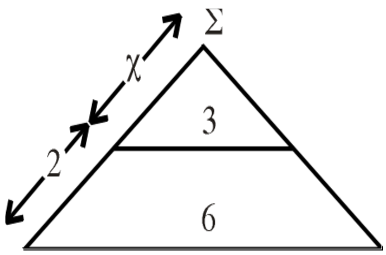
1. Η τιμή του x που εμφανίζεται σε κάθε περίπτωση της στήλης (Α), για κάθε σχήμα, δίνεται με αριθμό στη στήλη (Β). Να συνδέσετε με γραμμές τα αντίστοιχα σχήματα με τους αντίστοιχους αριθμούς.

<table>
<tr><th>στήλη (Α)
σχήμα</th><th>στήλη (Β)
αριθμός</th></tr>
<tr><td>








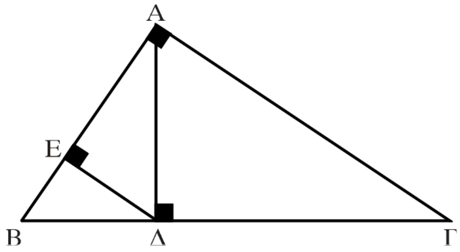
</td><td>1
1,5
2
3
4
4,5</td></tr>
</table>

2. Στο σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Α.

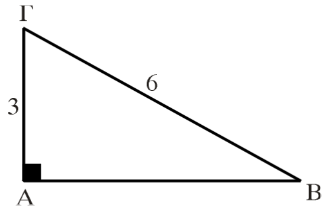
Αν ΑΔ $\perp$ ΒΓ, ΕΔ $\perp$ ΑΒ τότε το τρίγωνο ΑΔΕ **δεν** είναι όμοιο με το:

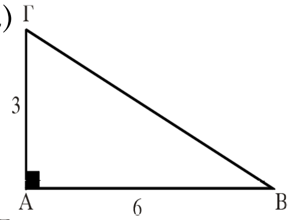
α) ΑΒΓ β) ΑΔΓ γ) ΑΔΒ

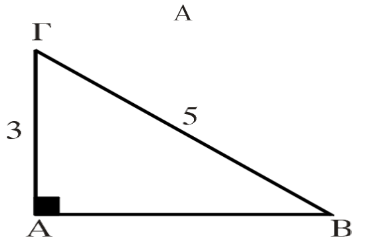
δ) ΕΒΔ ε) ΑΕΓ

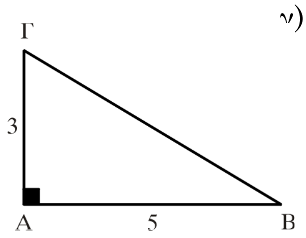


3. Το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α = 90°) είναι όμοιο με το:

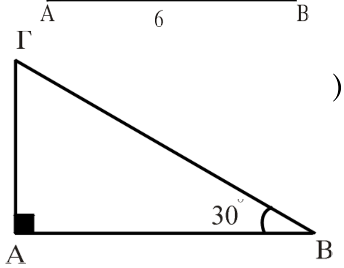


α) 

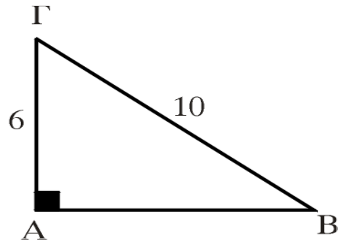


γ) 

ν)



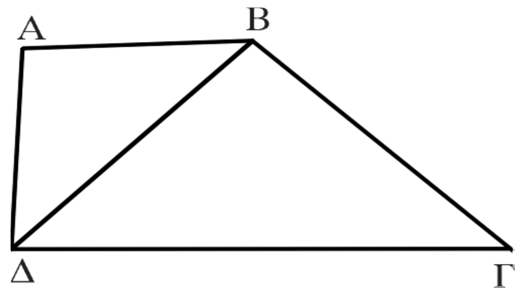
)



4. Στο σχήμα τα τρίγωνα ΑΒΔ, ΒΓΔ είναι όμοια.

Αν ΔΑ = 4, ΓΔ = 9, τότε η ΒΔ είναι:

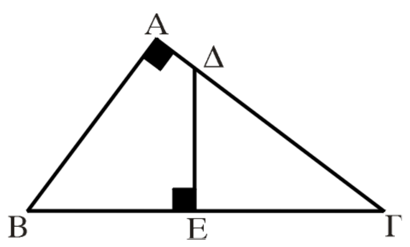
α) 5 β) 6 γ) $5\sqrt{3}$ δ) 8 ε) $8+\sqrt{3}$



5. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α = 90°), ΔΕ $\perp$ ΒΓ.

Αν ΑΒ = 6, ΑΓ = 8 και ΔΕ = 4, τότε το ΕΓ ισούται με:

α) $\frac{16}{3}$ β) $\frac{20}{3}$ γ) 5 δ) 6 ε) $\frac{19}{4}$

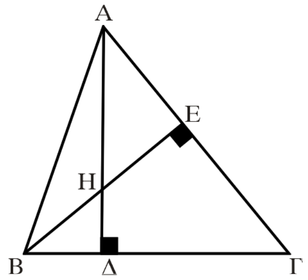


6. Στο οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ τα ΑΔ και ΒΕ είναι ύψη.

Το τρίγωνο ΑΗΕ είναι όμοιο με το:

α) ΑΗΓ β) ΔΗΕ γ) ΔΗΒ

δ) ΑΗΒ ε) ΑΒΓ



7. Στο σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Α και ΑΔ ύψος του.

Α. Να βρείτε μια γωνία ίση με τη θ

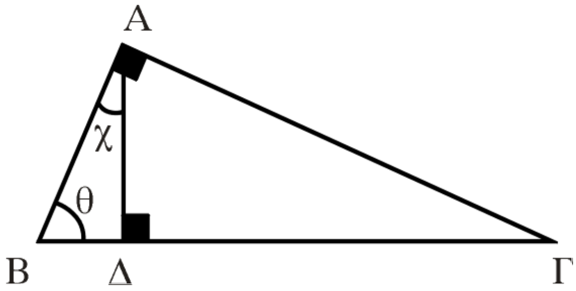
Β. Να βρείτε μια γωνία ίση με τη x

Γ. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω:

α) Το τρίγωνο ΑΒΔ είναι όμοιο με το ....Α....

β) Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι όμοιο με το ....Β....

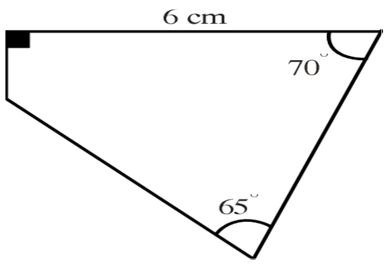
γ) Το τρίγωνο ΑΔΓ είναι όμοιο με το ....Γ....



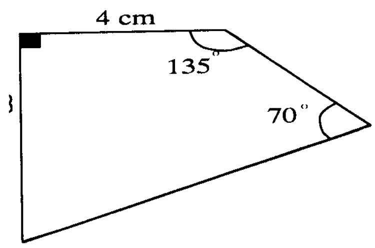
Δ. Χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες απαντήσεις, συμπληρώστε τις αναλογίες:

$$\frac{ΑΒ}{\quad}=\frac{\quad}{ΓΔ}=\frac{ΒΔ}{\quad}, \qquad \frac{\quad}{ΒΔ}=\frac{ΑΓ}{\quad}=\frac{\quad}{ΒΑ}, \qquad \frac{ΑΔ}{\quad}=\frac{\quad}{ΒΓ}=\frac{\quad}{ΑΓ},$$

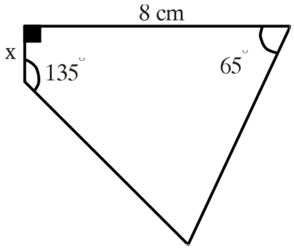
8. Τρία από τα παρακάτω σχήματα είναι όμοια.



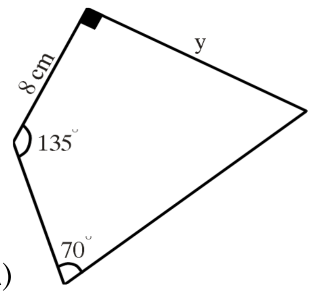
(Α)



(Β)



(Γ)



(Δ)

α) Ποιο **δεν** μπορεί να είναι όμοιο με τα υπόλοιπα;

β) Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

γ) Να υπολογίσετε τα μήκη x και y.

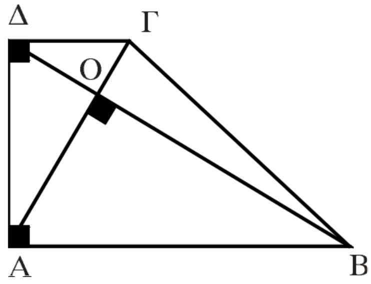
9. Στο σχήμα είναι: Α = Δ = 90° και ΑΓ $\perp$ ΒΔ.

α) Το τρίγωνο ΑΒΔ είναι όμοιο με το ....Γ....

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

β) Συμπληρώστε τις ισότητες: $\frac{B\Delta}{} = \frac{}{\Delta\Gamma} = \frac{AB}{}$

γ) Αποδείξτε ότι $A\Delta^2 = AB.\Gamma\Delta$



10. Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι Β - Γ = 90°. Αν ΑΔ το ύψος του, δείξτε ότι: $A\Delta^2 = \Delta B.\Delta\Gamma$.

11. Να αποδείξετε ότι σε κάθε παραλληλόγραμμο, δύο διαδοχικές πλευρές του είναι αντιστρόφως ανάλογες προς τα αντίστοιχα ύψη του.

12. Να αποδείξετε ότι δύο τρίγωνα είναι όμοια, όταν έχουν ένα ύψος τους και τις περιέχουσες αυτό πλευρές τους, ανάλογες.

13. Να αποδείξετε ότι δύο τυχαία ύψη τριγώνου, είναι αντιστρόφως ανάλογα προς τις αντίστοιχες βάσεις τους.

14. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ ορθογώνιο στο Α.Φέρνουμε το ύψος του ΑΔ και παίρνουμε στις ΑΒ, ΑΓ και ΔΑ τμήματα $AB' = \frac{AB}{3}, A\Gamma' = \frac{A\Gamma}{3}, \Delta\Delta' = \frac{A\Delta}{3}$.

Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο Δ΄Β΄Γ΄ είναι όμοιο προς το ΑΒΓ.

15. Από την κορυφή Α παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ φέρνουμε τυχαία ευθεία που τέμνει τις πλευρές ΒΓ και ΔΓ στα σημεία Ε και Ζ αντιστοίχως. Αποδείξτε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΔΖ είναι όμοια.

β) Το γινόμενο ΒΕ.ΔΖ είναι σταθερό και ίσο με το γινόμενο δύο διαδοχικών πλευρών του παραλληλογράμμου.

16. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α = 90°) φέρνουμε το ύψος ΑΔ και από το Δ φέρνουμε ΔΕ $\perp$ ΑΒ. Να αποδείξετε ότι $A\Delta^2 = A\Gamma.\Delta E$.

17. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο του οποίου μια πλευρά κείται στην υποτείνουσα ΒΓ. Να αποδειχθεί ότι η πλευρά του τετραγώνου είναι μέση ανάλογος μεταξύ των δυο τμημάτων της υποτείνουσας τα οποία μένουν.

18. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο του οποίου μια πλευρά κείται στην υποτείνουσα ΒΓ. Να αποδειχθεί ότι η πλευρά του τετραγώνου είναι μέση ανάλογος μεταξύ των δυο τμημάτων της υποτείνουσας τα οποία μένουν.

19. Αν θεωρήσουμε ένα εσωτερικό σημείο Μ του τριγώνου ΑΒΓ και από αυτό φέρουμε ΔΕ//ΒΓ (Δ∈ΑΒ, Ε∈ΑΓ) , ΖΗ//ΑΓ (Ζ∈ΒΓ, Η∈ΑΒ) και ΘΚ//ΑΒ (Κ∈ΑΓ, Θ∈ΒΓ) να αποδείξετε ότι $\frac{ΔΗ}{ΑΒ}+\frac{ΚΕ}{ΑΓ}+\frac{ΘΖ}{ΒΓ}=1$.

20. Σε τυχαίο σημείο Ρ της υποτείνουσας ΒΓ ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ φέρνουμε ευθεία κάθετη που κόβει την ΑΓ στο σημείο Ν και την προέκταση της ΑΒ στο σημείο Μ. Να αποδείξετε ότι

α) Τα τρίγωνα ΡΜΒ και ΡΓΝ είναι όμοια

β) ΡΜ.ΡΝ = ΡΒ.ΡΓ

21. Δίνεται κύκλος κέντρου Ο και ευθεία (ε) εξωτερική αυτού. Έστω ΑΒ διάμετρος κάθετη στην ευθεία (ε). Από το σημείο Α φέρνουμε τέμνουσα η οποία συναντά το κύκλο στο Γ και την (ε) στο Δ. Να αποδειχθεί ότι το γινόμενο ΑΓ·ΑΔ είναι σταθερό.

22. Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{Β}=2\hat{Γ}$. Να προεκτείνεται την ΑΒ κατά τμήμα ΒΔ=ΒΓ και να δείξετε ότι ΑΒΓ ≈ ΓΑΔ. Στη συνέχεια να δείξετε ότι $β^2=γ(α+γ)$. Να αποδείξετε ότι ισχύει και το αντίστροφο. Δηλαδή αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $β^2=γ(α+γ)$ να αποδείξετε ότι $\hat{Β}=2\hat{Γ}$.

23. Από σημείο Ρ εκτός κύκλου φέρνουμε την εφαπτόμενη ΡΑ και την τέμνουσα ΡΒΓ του κύκλου. Να δειχθεί ότι:

α) το τρίγωνο ΡΑΒ είναι όμοιο με το τρίγωνο ΡΓΑ β) $\frac{ΑΒ^2}{ΑΓ^2}=\frac{ΡΒ}{ΡΓ}$.

24. Σε δύο κυρτά τετράπλευρα ΑΒΓΔ και Α΄Β΄Γ΄Δ΄ τα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ, ΑΓ είναι ανάλογα προς τα τμήματα Α΄Β΄, Β΄Γ΄, Γ΄Δ΄, Δ΄Α΄, Α΄Γ΄.

Να δείξετε ότι τα τετράπλευρα είναι όμοια.

<u>Λύση</u>: Γράψτε με τη σωστή σειρά τις παρακάτω προτάσεις για να έχετε τη λύση.

Επίσης αφού $\frac{ΑΔ}{Α΄Δ΄}=\frac{ΑΓ}{Α΄Γ΄}=\frac{ΓΔ}{Γ΄Δ΄}$, είναι το τρίγωνο ΑΔΓ όμοιο με το τρίγωνο Α΄Δ΄Γ΄,

οπότε Δ = Δ΄, $Α_2=Α΄_2$ και $Γ_2=Γ΄_2$.

Τα τετράπλευρα λοιπόν εκτός από τις ανάλογες πλευρές έχουν και τις αντίστοιχες γωνίες ίσες.

Έχουμε $\frac{ΑΒ}{Α΄Β΄}=\frac{ΒΓ}{Β΄Γ}=\frac{ΓΔ}{Γ΄Δ΄}=\frac{ΔΑ}{Δ΄Α΄}=\frac{ΑΓ}{Α΄Γ΄}$.

Είναι επομένως όμοια.

Άρα Α = Α΄, Γ΄ = $Γ_1$ ως αθροίσματα ίσων γωνιών.

Αφού $\frac{ΑΒ}{Α΄Β΄} = \frac{ΑΓ}{Α΄Γ΄} = \frac{ΒΓ}{Β΄Γ΄}$, θα είναι το τρίγωνο ΑΒΓ όμοιο με το τρίγωνο Α΄Β΄Γ΄,

οπότε Β = Β΄, $Α_1$ = Α΄$_1$ και $Γ_1$ = Γ΄$_1$.

25. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και σημείο Κ στο εσωτερικό του. Θεωρούμε τα μέσα Μ,Ν των ΑΚ, ΒΚ αντίστοιχα και έστω ότι οι ευθείες ΓΝ, ΔΜ τέμνονται στο σημείο Ρ . Να αποδείξετε ότι η ευθεία ΚΡ είναι κάθετη στην ευθεία ΓΔ.

26. Στο σχήμα είναι ΑΒΓΔ τυχαίο με Γ μέσο του τόξου $\overset{\frown}{\mathbf{ΒΔ}}$, και ΡΓ//ΒΔ.

Να αποδείξετε ότι :

α. η ΡΓ εφάπτεται στον κύκλο

β. ΒΓ = ΓΔ και

γ. $ΒΓ^2 = ΑΒ \cdot ΔΡ$.