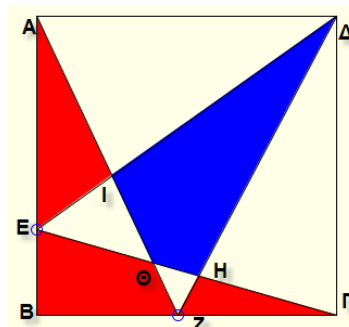


Τάξη Β Γεωμετρία

Ασκήσεις στα εμβαδά ευθ. σχημάτων

1. Από τις κορυφές ενός τετραπλεύρου $ΑΒΓΔ$ φέρνουμε παράλληλες προς τις διαγωνίους του. Να δείξετε ότι το περιγεγραμμένο στο τετράπλευρο παραλληλόγραμμο $ΗΖΕΘ$ έχει εμβαδό διπλάσιο από το εμβαδό του τετραπλεύρου.
2. Από ένα σημείο $Ε$ της διαγωνίου $ΒΔ$ παραλληλογράμμου $ΑΒΓΔ$ φέρνουμε παράλληλες προς τις πλευρές του. Να δείξετε ότι τα παραλληλόγραμμα που βρίσκονται εκατέρωθεν της $ΒΔ$ είναι ισοδύναμα.
3. Δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ και από το μέσο $Κ$ της διαγωνίου $ΒΔ$ φέρνουμε τυχαία ευθεία $ΕΖ$ που τέμνει τις $ΑΒ$ και $ΓΔ$ στα $Ε$ και $Ζ$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι $(ΑΕΖΔ) = (ΒΓΖΕ)$.
4. Τραπεζίου $ΑΒΓΔ$ οι μη παράλληλες πλευρές $ΑΔ$ και $ΒΓ$ τέμνονται στο $Κ$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $ΚΑΓ$ και $ΚΒΔ$ είναι ισοδύναμα.
5. Αν το άθροισμα των διαγωνίων ενός ρόμβου είναι 14 cm και η περιμέτρος του είναι 20 cm , να βρεθούν:
α. το εμβαδόν του και β. το ύψος του ρόμβου από την κορυφή $Α$.
6. Από την κορυφή $Β$ τριγώνου $ΑΒΓ$ φέρνουμε μια οποιαδήποτε ευθεία που να συναντά την προέκταση της $ΓΑ$ προς το μέρος του $Α$ σε ένα σημείο $Β'$, καθώς και την $ΓΓ' // ΒΒ'$, που συναντά την προέκταση της $ΒΑ$ στο $Γ'$. Να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΑΒ'Γ'$ είναι ισεμβαδικά.
7. Δίνεται ένα τραπέζιο $ΑΒΓΔ$, που έχει βάσεις $ΑΒ = 70\text{ cm}$, $ΓΔ = 20\text{ cm}$ και μη παράλληλες πλευρές $ΒΓ = 40\text{ cm}$ και $ΑΔ = 30\text{ cm}$.
α) Να αποδειχθεί ότι οι $ΒΓ$ και $ΑΔ$ είναι κάθετοι.
β) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τραπέζιου $ΑΒΓΔ$.
8. Στο διπλανό σχήμα έχουμε $ΑΒΓΔ$ τετράγωνο και τα $Ε$, $Ζ$ τυχαία στις πλευρές.
α. Να δείξετε ότι $2(ΑΔΖ) = (ΑΒΓΔ)$
β. $(ΑΕΙ) + (ΕΘΖΒ) + (ΗΖΓ) = (ΔΙΗΓ)$



9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με ύψος $AH = u$, γωνία $B = 60^\circ$ και γωνία $\Gamma = 45^\circ$.
Να υπολογίσετε συναρτήσει του u : α) τις πλευρές του τριγώνου β) το εμβαδόν του και γ) τα ύψη προς τις πλευρές AB και $A\Gamma$.
10. Προεκτείνουμε τις πλευρές $B\Gamma$, ΓA , AB ενός τριγώνου $AB\Gamma$ κατά $\Gamma\Delta = \alpha$, $A\epsilon = \frac{\beta}{2}$ και $BZ = \frac{\gamma}{3}$. Να βρείτε το εμβαδόν του ΔEZ συναρτήσει των α, β, γ .
11. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\beta = 2\gamma$, $A\Delta$ μια διχοτόμος του και BM μια διάμεσός του. Να δείξετε ότι:
- α) $\frac{(BM\Delta)}{(\Delta M\Gamma)} = \frac{1}{2}$ β) $\frac{(M\Delta\Gamma)}{(AB\Gamma)} = \frac{1}{3}$.
12. Από το μέσο M της πλευράς AB τριγώνου $AB\Gamma$ φέρουμε ευθεία $\chi\psi$ που τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο Δ και την προέκταση της $B\Gamma$ στο E . Αν η παράλληλη της $\chi\psi$ από το Γ τέμνει την AB στο Z τότε:
- α. $(ZM\Delta) = (\Gamma M\Delta)$ β. $2(A\Delta Z) = (AB\Gamma)$ γ. $(BEZ) = (A\Delta Z)$.
13. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Από ένα σημείο O εσωτερικό του $AB\Gamma$ φέρνουμε κάθετες στις πλευρές $AB, B\Gamma, \Gamma A$ και πάνω σ' αυτές παίρνουμε τμήματα $OD = AB, OE = B\Gamma, OZ = \Gamma A$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι ισχύει:
- α) $(\Delta OE) = (AB\Gamma)$ και β) $(\Delta EZ) = 3(AB\Gamma)$.
14. Τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι εγγράψιμο σε κύκλο.
- α. Αν O το σημείο τομής των διαγωνίων του να δείξετε ότι ισχύει $\frac{OA}{OG} = \frac{AB \cdot A\Delta}{\Gamma B \cdot \Gamma\Delta}$,
- β. Αν $A\Gamma$ διάμετρος του περιγεγραμμένου του, κύκλου και $AB = B\Gamma$, να δείξετε ότι $2(AB\Gamma\Delta) = B\Delta^2$.
15. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\beta = 2\gamma$,
 $A\Delta$ μια διχοτόμος του και BM μια διάμεσός του. Να δείξετε ότι:
- α) $\frac{(BM\Delta)}{(\Delta M\Gamma)} = \frac{1}{2}$ και β) $\frac{(M\Delta\Gamma)}{(AB\Gamma)} = \frac{1}{3}$.