

Όνοματεπώνυμο.....

1ο Γενικό Λύκειο Χανίων  
Τάξη Α΄

ΣΧΟΛ. ΕΤΟΣ 17-18

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

στο μάθημα : Άλγεβρα

Τα θέματα ΔΕΝ θα μεταφερθούν στο καθαρό.

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

Οι απαντήσεις να γραφούν μόνο στο γραπτό σας.

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A. Έστω  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  ρίζες της εξίσωσης  $ax^2 + bx + \gamma = 0$ , με  $a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  και  $a \neq 0$ .

Να αποδείξετε ότι  $S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{a}$

**Μονάδες 10**

B. Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα

της και δίπλα την ένδειξη (Σ), αν αυτή είναι σωστή, ή την ένδειξη (Λ), αν αυτή

είναι λανθασμένη.

α.  $|a+\beta| = |a|+|\beta|$ , για κάθε  $a, \beta \in \mathbb{R}$

Λ

β. Ισχύει  $\sqrt[n]{a^n} = a$ , για κάθε  $a \in \mathbb{R}, n$  άρτιος.

Λ

γ. Αν  $\mu, n$  θετικοί ακέραιοι και  $a > 0$  τότε  $\sqrt[\mu]{a^n} = a^{\frac{\mu}{n}}$ .

Λ

δ. Τα σημεία  $(a, -\beta)$  και  $(a, \beta)$ , με  $\beta \neq 0$  είναι συμμετρικά ως

προς τον άξονα  $y'y$

Λ

ε. Όταν  $a > 0$  και  $\Delta < 0$  είναι  $ax^2 + bx + \gamma > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$

Σ

**Μονάδες 5X3**

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Δίνονται οι αριθμοί  $x_1 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  και  $x_2 = \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{5})^2}$

α. Να αποδείξετε ότι  $x_1 = 4$  και  $x_2 = 1$ .

**Μονάδες 15**

β. Να κατασκευαστεί εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού με ρίζες τους αριθμούς  $x_1$  και  $x_2$ .

**Μονάδες 10**

### Απάντηση

α. Είναι  $x_1 = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{3}) + \sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{15} + 3 + 5 - \sqrt{15}}{5-3} = \frac{8}{2} = 4$  και

$= |2-\sqrt{5}| + |3-\sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2 + 3 - \sqrt{5} = 1$ , επειδή  $2 < \sqrt{5} < 3$ .

β. Είναι  $S = x_1 + x_2 = 4 + 1 = 5$  και  $P = x_1 x_2 = 4$  οπότε η εξίσωση είναι  $x^2 - 5x + 4 = 0$ .

### ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται το τριώνυμο (ως προς  $x$ ):  $(\lambda + 2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda$ ,  $\lambda \neq -2$ .

α. Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα  $\Delta$  του τριωνύμου ισούται με  $-8\lambda^2 - 24\lambda$ .

**Μονάδες 5**

β. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda \neq -2$ , το τριώνυμο δεν έχει πραγματικές ρίζες.

**Μονάδες 10**

γ. Να βρείτε το  $\lambda \neq -2$  για το οποίο ισχύει η  $x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = 4$ .

**Μονάδες 10**

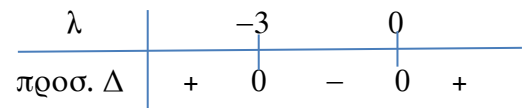
#### Απάντηση

α. Έχουμε  $\Delta = (-2\lambda)^2 - 4(\lambda + 2)3\lambda = 4\lambda^2 - 12\lambda^2 - 24\lambda = -8\lambda^2 - 24\lambda$

β. Το τριώνυμο δεν έχει πραγματικές ρίζες αν και μόνο

$$\text{αν } \Delta < 0 \text{ δηλ. } -8\lambda^2 - 24\lambda < 0 \Leftrightarrow \lambda(\lambda + 3) > 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda < -3 \text{ ή } \lambda > 0.$$



γ. Είναι  $x_1 + x_2 = \frac{2\lambda}{\lambda + 2}$  και  $x_1 x_2 = \frac{3\lambda}{\lambda + 2}$ .

Οπότε η  $x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = 4 \Leftrightarrow \frac{2\lambda}{\lambda + 2} + 2 \frac{3\lambda}{\lambda + 2} = 4 \Leftrightarrow 2\lambda + 6\lambda = 4\lambda + 8 \Leftrightarrow 4\lambda = 8 \Leftrightarrow \lambda = 2$  (δεκτή

τιμή).

### ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = |x - 5| + \kappa$ , με  $\kappa \in \mathbb{R}$  της οποίας η γραφική παράσταση

διέρχεται από το σημείο  $A(1, 2)$ .

α. Να αποδείξετε ότι  $\kappa = -2$  και στη συνέχεια να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής της παράστασης με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

**Μονάδες 9**

β. Να προσδιορίσετε τα διαστήματα του πεδίου ορισμού της συνάρτησης στα οποία η γραφική της παράσταση βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 8**

γ. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $\epsilon_1: y = [f(5) + 1]x + 2017$  και

$\epsilon_2: y = [f(-2) - 8]x + 2018$  είναι παράλληλες. **Μονάδες 8**

α. Η γρ. παράσταση περνά από το  $A$  αν και μόνο αν  $f(1) = 2$  δηλ.  $|1 - 5| + \kappa = 2 \Leftrightarrow$

$$4+k=2 \Leftrightarrow k=-2.$$

Για  $k=-2$  η συνάρτηση είναι  $f(x) = |x-5| - 2, x \in \mathbb{R}$ .

Τέμνει τον  $y'y$  στο σημείο  $(0, f(0)) = (0, 3)$  και

τον  $x'x$  αν και μόνο αν  $f(x)=0$  δηλ  $|x-5|-2=0 \Leftrightarrow |x-5|=2 \Leftrightarrow x-5=-2$  ή  $x-5=2 \Leftrightarrow x=3$  ή  $x=7$ , δηλ στα σημεία  $(3, 0)$  και  $(7, 0)$ .

β. Η γραφική παράσταση της  $f$  βρίσκεται πάνω από τον  $x'x$  αν και μόνο αν  $f(x) > 0$

δηλ. όταν  $|x-5|-2 > 0 \Leftrightarrow |x-5| > 2 \Leftrightarrow x-5 < -2$  ή  $x-5 > 2 \Leftrightarrow x < 3$  ή  $x > 7$  δηλ στα

διαστήματα  $(-\infty, 3) \cup (7, +\infty)$ .

γ. Οι ευθείες έχουν κλίσεις  $\alpha_1 = f(5) + 1 = |5-5| - 2 + 1 = -2 + 1 = -1$  και

$\alpha_2 = f(-2) - 6 = |-2-5| - 2 - 6 = 7 - 8 = -1$ . Επειδή  $\alpha_1 = \alpha_2 = -1$  οι ευθείες είναι  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι παράλληλες.

Χανιά 4 Ιουνίου 2018

Ο Διευθυντής

Οι εισηγητές

Ελ. Βουτσαδάκης

Σπ. Κούρτης

Ηλ. Πιτσιλαδής

Ιωάν. Τερεζάκης

Ηλίας Πιτσιλαδής